หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

ใบความรู้
คณิตศาสตร์ (พื้นฐาน)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สอนโดย ครูดรรชนี ดอกดวง

ตัวชี้วัด

- เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา (ค 1.3 ม.5/1)

นักเรียนทราบหรือไม่ว่า ในปัจจุบันสินค้าอุปโภคและบริโภคมีราคาสูงขึ้น ปัจจัยหนึ่งเป็นเพราะมูลค่าของเงินลดลงไปเรื่อย ๆ ตามกาลเวลา กล่าวคือ มูลค่าของเงินย่อมเปลี่ยนแปลงไปตามระยะเวลา เช่น ถ้านักเรียนมีเงิน 10,000 บาท ในวันนี้จะมีมูลค่ามากกว่าเงิน 10,000 บาท ในอนาคต เพราะมูลค่าที่แท้จริงของเงินจะถูกลดลงไปตามอัตราเงินเฟ้อ ซึ่งทำให้มูลค่าที่แท้จริงของเงินจำนวนเท่ากันในอนาคตย่อมไม่เท่ากับมูลค่าของเงินในปัจจุบัน

“ถ้านักเรียนนำเงินจำนวน 10,000 บาท ไปฝากกับธนาคาร
และธนาคารให้ดอกเบี้ย 3% ต่อปี แบบทบต้นทุก 3 เดือน
เมื่อสิ้นปีที่ 5 นักเรียนจะได้รับเงินต้นพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมดเท่าใด ?”

ในการหามูลค่าของเงินในอนาคตจะต้องใช้ความรู้
เรื่อง ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ซึ่งนักเรียนจะได้ศึกษาต่อไปนี้

ดอกเบี้ย

ดอกเบี้ย

ดอกเบี้ยคงต้น

ดอกเบี้ยที่กำหนดให้เงินต้นมีค่าคงที่
ตลอดระยะเวลาของการฝากเงินหรือการกู้ยืมเงิน
ซึ่งดอกเบี้ยดังกล่าวจะมีค่าเท่ากันทุกปี

$$A = P(1 + rt)$$

โดยที่	A	แทนเงินรวมทั้งหมด
	P	แทนเงินต้น
	r	แทนจำนวนระยะเวลาเป็นปี
	t	แทนอัตราดอกเบี้ยต่อปี

ดอกเบี้ยทบต้น

ดอกเบี้ยที่กำหนดให้มีการนำเอาดอกเบี้ยที่เกิดขึ้นใน
แต่ละครั้งที่มีการคิดดอกเบี้ยไปรวมกับเงินต้น
เพื่อนำมาเป็นเงินต้นของงวดถัดไป

$$A = P(1 + i)^n$$

โดยที่	A	แทนเงินรวมทั้งหมด
	P	แทนเงินต้น
	i	แทนอัตราดอกเบี้ยต่องวด
	n	แทนจำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น

การคำนวณดอกเบี้ยโดยกำหนดให้ t มีหน่วยเป็นวัน สามารถทำได้ 4 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1

การคิดดอกเบี้ยแบบธรรมดาและการนับจำนวนวันแบบแท้จริง ซึ่งคำนวณได้จาก

$$t = \frac{\text{จำนวนวันแบบแท้จริง}}{360}$$

แบบที่ 2

การคิดดอกเบี้ยแบบธรรมดาและการนับจำนวนวันแบบกะประมาณ ซึ่งคำนวณได้จาก

$$t = \frac{\text{จำนวนวันแบบกะประมาณ}}{360}$$

แบบที่ 3

การคิดดอกเบี้ยแบบแท้จริงและการนับจำนวนวันแบบแท้จริง ซึ่งคำนวณได้จาก

$$t = \frac{\text{จำนวนวันแบบแท้จริง}}{365} \text{ หรือ } t = \frac{\text{จำนวนวันแบบแท้จริง}}{366}$$

แบบที่ 4

การคิดดอกเบี้ยแบบแท้จริงและการนับจำนวนวันแบบกะประมาณ ซึ่งคำนวณได้จาก

$$t = \frac{\text{จำนวนวันแบบกะประมาณ}}{365} \text{ หรือ } t = \frac{\text{จำนวนวันแบบกะประมาณ}}{366}$$

ตัวอย่างที่ 1

สมศรีฝากเงินกับธนาคารเป็นจำนวน 10,000 บาท ธนาคารให้ดอกเบี้ย 0.4% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบคงต้น ให้หาว่าเมื่อสิ้นปีที่ 2 สมศรีจะมีเงินฝากในธนาคารเป็นเงินจำนวนทั้งหมดเท่าใด

วิธีทำ จากโจทย์ จะได้ $P = 10{,}000$, $r = 0.004$ และ $t = 2$

และจากสูตรดอกเบี้ยคงต้น $A = P(1 + rt)$

จะได้

$$A = 10{,}000[1 + (0.004)(2)]$$

$$A = 10{,}080$$

ดังนั้น เมื่อสิ้นปีที่ 2 สมศรีจะมีเงินฝากในธนาคารเป็นเงินทั้งหมด 10,080 บาท

ตัวอย่างที่ 2

ศิลาฝากเงินกับธนาคารแห่งหนึ่งเป็นจำนวน 30,000 บาท ในระยะเวลา 5 ปี ธนาคารให้ดอกเบี้ย 2% ต่อปี

1) ให้หาเงินรวมทั้งหมด โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อปี

2) ให้หาเงินรวมทั้งหมด โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 3 เดือน

วิธีทำ 1) จากโจทย์ จะได้ $P = 30{,}000$, $i = 0.02$ และ $n = 5$

และจากสูตรดอกเบี้ยทบต้น $A = P(1+i)^n$

ดังนั้น

$$A = 30{,}000(1+0.02)^5$$

$$A = 30{,}000(1.02)^5$$

$$A \approx 33{,}122.42$$

ดังนั้น เมื่อสิ้นปีที่ 5 ศิลาจะมีเงินรวมทั้งหมดประมาณ 33,122.42 บาท

ตัวอย่างที่ 2

วิธีทำ 2) เนื่องจากธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นทุก 3 เดือน

จะได้ว่า ในเวลา 1 ปี จะมีการคิดดอกเบี้ยทบต้นทั้งหมด 4 ครั้ง

ดังนั้น ในเวลา 5 ปี จะมีการคิดดอกเบี้ยทบต้นทั้งหมด 20 ครั้ง

จะได้ $n = 20$ และ $i = \frac{0.02}{4} = 0.005$

ดังนั้น

$$A = 30{,}000(1 + 0.005)^{20}$$

$$A \approx 33{,}146.87$$

ดังนั้น เมื่อสิ้นปีที่ 5 ศิลาจะมีเงินรวมทั้งหมดประมาณ 33,146.87 บาท

ตัวอย่างที่ 3

ฟ้าใสกู้เงินจากธนาคารจำนวน 200,000 บาท เพื่อนำไปลงทุนทำธุรกิจ เมื่อวันที่ 12 กันยายน พ.ศ. 2560 โดยมีกำหนดชำระคืนในวันที่ 15 มกราคม พ.ศ. 2561 และธนาคารคิดดอกเบี้ยแบบคงต้นในอัตรา 6.5% ต่อปี ให้หาจำนวนดอกเบี้ยที่ฟ้าใสต้องจ่ายให้กับธนาคารโดยวิธี

1) คิดดอกเบี้ยแบบธรรมดาและนับจำนวนวันแบบแท้จริง
2) คิดดอกเบี้ยแบบธรรมดาและนับจำนวนวันแบบกะประมาณ
3) คิดดอกเบี้ยแบบแท้จริงและนับจำนวนวันแบบแท้จริง
4) คิดดอกเบี้ยแบบแท้จริงและนับจำนวนวันแบบกะประมาณ

วิธีทำ

จากโจทย์ จะนับจำนวนวันแบบแท้จริงได้ ดังนี้

พ.ศ. 2560	กันยายน	18	วัน (วันที่ 12 ถึงวันที่ 30)
	ตุลาคม	31	วัน
	พฤศจิกายน	30	วัน
	ธันวาคม	31	วัน
พ.ศ. 2561	มกราคม	15	วัน
	รวมทั้งหมด	125	วัน

จากโจทย์ จะนับจำนวนวันแบบกะประมาณได้ ดังนี้

พ.ศ. 2560	กันยายน	18	วัน (วันที่ 12 ถึงวันที่ 30)
	ตุลาคม	30	วัน
	พฤศจิกายน	30	วัน
	ธันวาคม	30	วัน
พ.ศ. 2561	มกราคม	15	วัน
	รวมทั้งหมด	123	วัน

1) คิดดอกเบี้ยแบบธรรมดาและนับจำนวนวันแบบแท้จริง

จากโจทย์ จะได้ $P = 200{,}000$, $r = 0.065$ และ $t = \frac{125}{360}$

และจากสูตร $\quad I = P \times r \times t$

จะได้ $\quad I = 200{,}000 \times 0.065 \times \frac{125}{360}$

$\quad I \approx 4{,}513.89$

ดังนั้น ฟ้าใสต้องจ่ายดอกเบี้ยให้กับธนาคารประมาณ 4,513.89 บาท

2) คิดดอกเบี้ยแบบธรรมดาและนับจำนวนวันแบบกะประมาณ

จากโจทย์ จะได้ $P = 200{,}000$, $r = 0.065$ และ $t = \frac{123}{360}$

และจากสูตร $\quad I = P \times r \times t$

จะได้ $\quad I = 200{,}000 \times 0.065 \times \frac{123}{360}$

$\quad I \approx 4{,}441.67$

ดังนั้น ฟ้าใสต้องจ่ายดอกเบี้ยให้กับธนาคารประมาณ 4,441.67 บาท

3) คิดดอกเบี้ยแบบแท้จริงและนับจำนวนวันแบบแท้จริง

จากโจทย์ จะได้ $P = 200{,}000,\ r = 0.065$ และ $t = \frac{125}{365}$

และจากสูตร $\quad I = P \times r \times t$

จะได้ $\quad I = 200{,}000 \times 0.065 \times \frac{125}{365}$

$\quad I \approx 4{,}452.05$

ดังนั้น ฟ้าใสต้องจ่ายดอกเบี้ยให้กับธนาคารประมาณ 4,452.05 บาท

4) คิดดอกเบี้ยแบบแท้จริงและนับจำนวนวันแบบกะประมาณ

จากโจทย์ จะได้ $P = 200{,}000,\ r = 0.065$ และ $t = \frac{123}{365}$

และจากสูตร $\quad I = P \times r \times t$

จะได้ $\quad I = 200{,}000 \times 0.065 \times \frac{123}{365}$

$\quad I \approx 4{,}380.82$

ดังนั้น ฟ้าใสต้องจ่ายดอกเบี้ยให้กับธนาคารประมาณ 4,380.82 บาท

มูลค่าของเงิน

1. มูลค่าอนาคต คือ มูลค่าของเงินในอนาคตภายใต้ช่วงเวลา หรืออัตราผลตอบแทนที่ได้กำหนดไว้ โดยมีกระบวนการเริ่มจากเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน มีค่าเพิ่มมากขึ้นในอนาคตจะเรียกว่า การทบต้นของค่าเงินด้วยดอกเบี้ยที่ได้รับ โดยสามารถคำนวณได้จาก

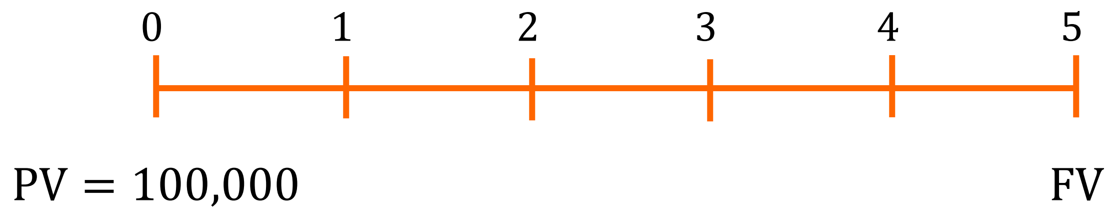
$$FV = PV(1 + i)^n$$

โดยที่	FV	แทนมูลค่ารวมในอนาคต
	PV	แทนมูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง
	i	แทนอัตราดอกเบี้ยต่องวด
	n	แทนจำนวนงวดเวลา

ตัวอย่างที่ 4

สงกรานต์ฝากเงินกับธนาคารจำนวน 100,000 บาท ธนาคารคิดดอกเบี้ย 1.2% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นต่อปี อยากทราบว่าเมื่อสิ้นปีที่ 5 สงกรานต์จะได้รับเงินต้นพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมดเท่าใด

วิธีทำ พิจารณาโดยใช้เส้นเวลา ดังนี้



$i = 0.012$

จากโจทย์ จะได้ $PV = 100{,}000$, $i = 0.012$ และ $n = 5$

และจากสูตร $\qquad FV = PV(1+i)^n$

จะได้ $\qquad FV = 100{,}000(1+0.012)^5$

$\qquad FV \approx 106{,}146$

ดังนั้น เมื่อสิ้นปีที่ 5 สงกรานต์จะได้รับเงินต้นพร้อมดอกเบี้ยประมาณ 106,146 บาท

มูลค่าของเงิน (ต่อ)

2. มูลค่าปัจจุบัน คือ มูลค่าของเงิน ณ ปัจจุบัน ที่เกิดขึ้นในอนาคตและมีค่าเท่ากับจำนวนเงินจำนวนหนึ่ง ณ ปัจจุบัน ซึ่งการหาค่าเงินปัจจุบันมีกระบวนการคิดตรงกันข้ามกับการคิดทบต้น ซึ่งจะเป็นการคำนวณเอาดอกเบี้ยออกไปเพื่อให้เหลือเงินเริ่มต้น จะเรียกว่า การคิดลดค่าเงิน โดยสามารถคำนวณได้จาก

$$\mathrm{PV} = \frac{\mathrm{FV}}{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}} \quad \text{หรือ} \quad \mathrm{PV} = \mathrm{FV}(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}$$

โดยที่ FV แทนมูลค่ารวมในอนาคต

PV แทนมูลค่าปัจจุบันของเงินจำนวนหนึ่ง

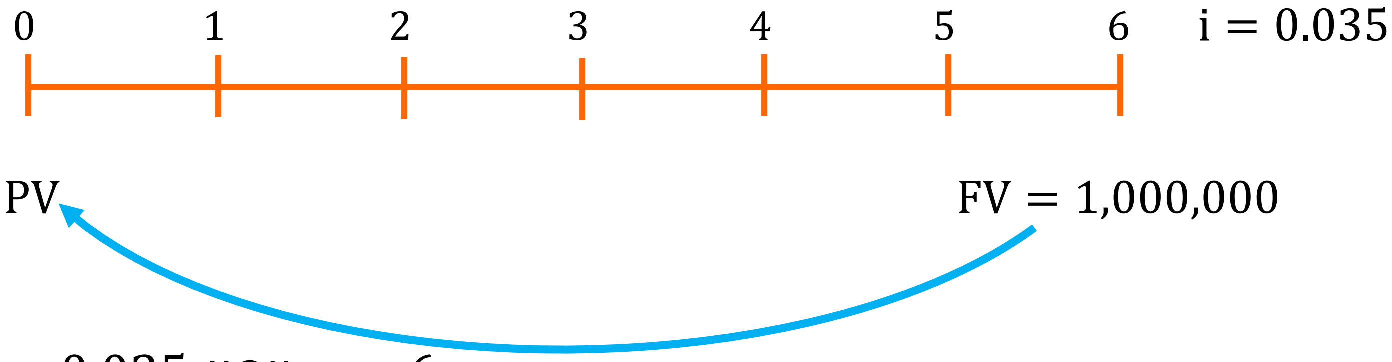
i แทนอัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทนจำนวนงวดเวลา

ตัวอย่างที่ 4

สิรภาคต้องการใช้เงินจำนวน 1,000,000 บาท ในอีก 6 ปีข้างหน้า อยากทราบว่า ณ ปัจจุบัน สิรภาคต้องฝากเงินกับธนาคารเป็นจำนวนเท่าใด ถ้าธนาคารให้ดอกเบี้ย 3.5% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นต่อปี

วิธีทำ พิจารณาโดยใช้เส้นเวลา ดังนี้



จากโจทย์ จะได้ FV = 1,000,000, i = 0.035 และ n = 6

และจากสูตร $$\mathrm{PV} = \frac{\mathrm{FV}}{(1+i)^n}$$

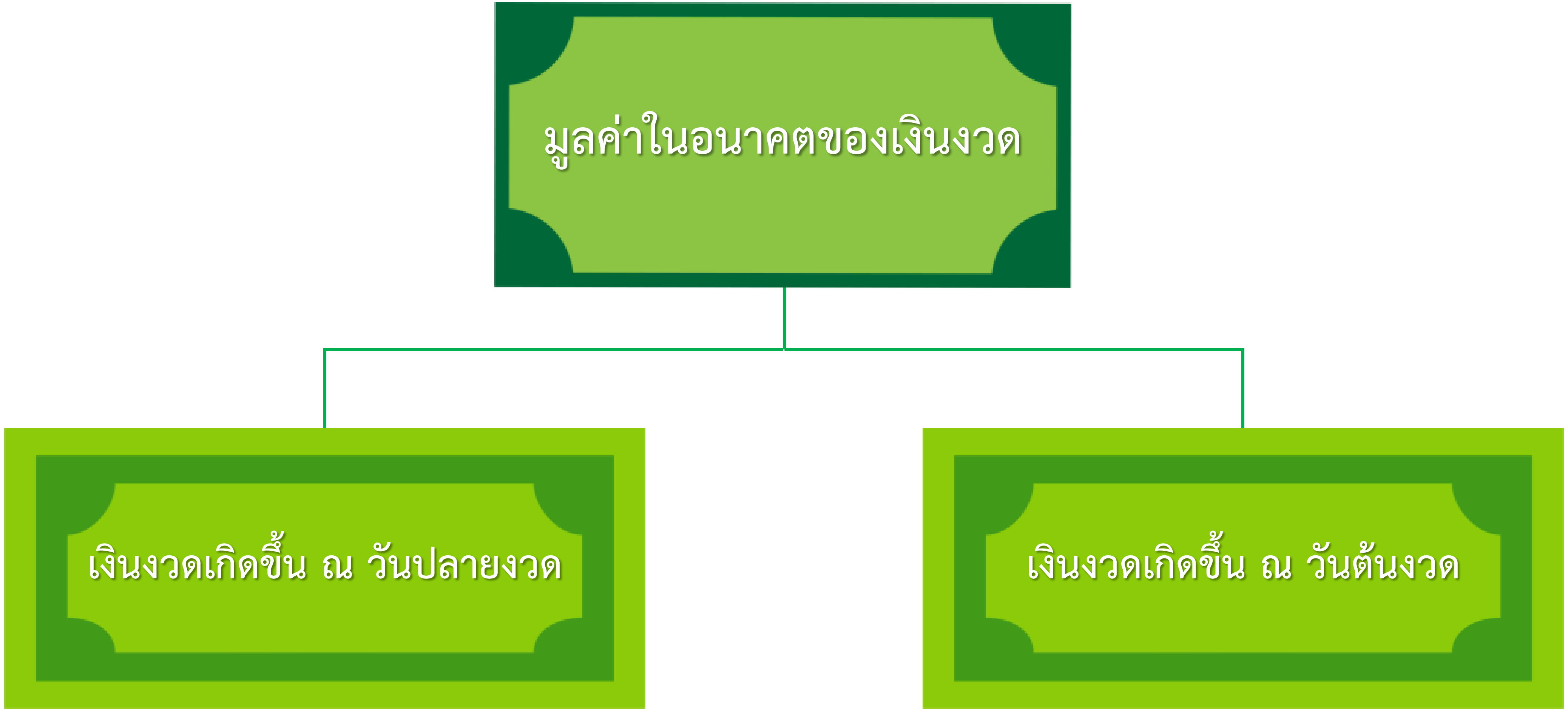
จะได้ $$\mathrm{PV} = \frac{1{,}000{,}000}{(1+0.035)^6}$$

$$\mathrm{PV} \approx 813{,}500.64$$

ดังนั้น สิรภาคต้องนำเงินประมาณ 813,500.64 บาท ไปฝากธนาคารเพื่อให้ได้เงิน 1,000,000 บาท ในอีก 6 ปีข้างหน้า

ค่ารายงวด

ค่ารายงวด หมายถึง การจ่ายเงินหรือฝากเงินเป็นงวด ๆ ติดต่อกันหลายงวด โดยการจ่ายเงินแต่ละงวดมีระยะเวลาห่างเท่า ๆ กัน



1. เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันปลายงวด หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตของเงินงวด ซึ่งเท่ากับผลรวมของเงินงวดแต่ละงวดทบต้นด้วยดอกเบี้ยตามระยะเวลา โดยสามารถคำนวณได้จาก

$$FVA_n = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

โดยที่	FVA_n	แทนมูลค่ารวมในอนาคต ณ งวดที่ n
	A	แทนจำนวนงวดแต่ละงวด
	i	แทนอัตราดอกเบี้ยต่องวด
	n	แทนจำนวนงวดเวลา

ตัวอย่างที่ 5

สายฝนฝากเงินกับธนาคารโดยฝากประจำทุกเดือน เดือนละ 5,000 บาททุกปลายงวด เป็นเวลา 4 ปี ธนาคารให้ดอกเบี้ย 3.6% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือน เมื่อครบกำหนด 4 ปี สายฝนจะได้รับเงินทั้งหมดเท่าใด

วิธีทำ พิจารณาโดยใช้เส้นเวลา ดังนี้

0	1	2	3	4	5	...	48	$i = 0.003$
	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	⋯	5,000	

จากโจทย์ จะได้ $A = 5{,}000,\ i = \dfrac{0.036}{12} = 0.003$ และ $n = 4 \times 12 = 48$

และจากสูตร $$FVA_n = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

จะได้ $$FVA_{48} = 5{,}000\left[\frac{(1+0.003)^{48} - 1}{0.003}\right]$$

$$FVA_{48} \approx 257{,}725.30$$

ดังนั้น เมื่อครบกำหนด 4 ปี สายฝนจะได้รับเงินทั้งหมดประมาณ 257,725.30 บาท

2. เงินงวดเกิดขึ้น ณ วันต้นงวด หมายถึง มูลค่ารวมในอนาคตที่เกิดขึ้น ณ วันต้นงวด โดยแต่ละงวดจะเกิดขึ้นเร็วกว่ากรณีที่เกิด ณ วันปลายงวด ซึ่งมีผลทำให้เงินงวด แต่ละงวดมีการทบต้นดอกเบี้ยเพิ่มขึ้นอีก 1 งวด ทำให้มูลค่ารวมมีค่ามากกว่ากรณีปลายงวด โดยสามารถคำนวณได้จาก

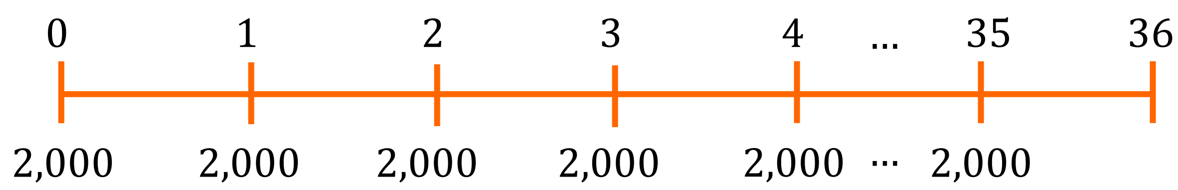
$$FVA_n = A(1+i)\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

โดยที่	FVA_n	แทนมูลค่ารวมในอนาคต ณ งวดที่ n
	A	แทนเงินงวดแต่ละงวด
	i	แทนอัตราดอกเบี้ยต่องวด
	n	แทนจำนวนงวดเวลา

ตัวอย่างที่ 6

สุดาฝากเงินกับธนาคารโดยฝากประจำทุกเดือน เดือนละ 2,000 บาททุกต้นงวด เป็นเวลา 3 ปี ธนาคารให้ดอกเบี้ย 1.8% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือน เมื่อครบกำหนด 3 ปี สุดาจะได้รับเงินทั้งหมดเท่าใด

วิธีทำ พิจารณาโดยใช้เส้นเวลา ดังนี้



$i = 0.0015$

จากโจทย์ จะได้ $A = 2{,}000,\ i = \dfrac{0.018}{12} = 0.0015$ และ $n = 3 \times 12 = 36$

และจากสูตร $$FVA_n = A(1+i)\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

จะได้ $$FVA_{36} = 2{,}000(1+0.0015)\left[\frac{(1+0.0015)^{36} - 1}{0.0015}\right]$$

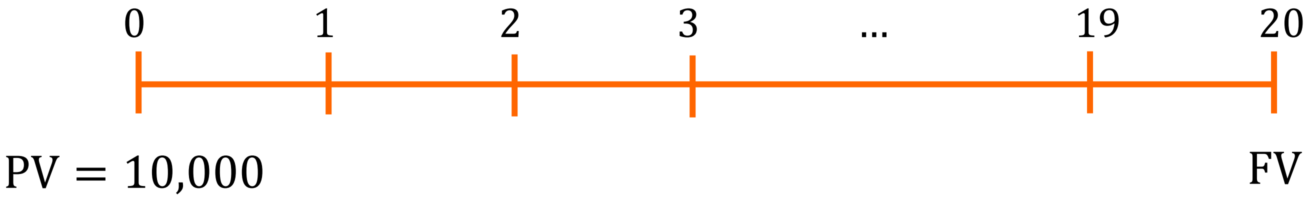
$$FVA_{36} \approx 74{,}033.42$$

ดังนั้น เมื่อครบกำหนด 3 ปี สุดาจะได้รับเงินทั้งหมดประมาณ 74,033.42 บาท

นักเรียนจำคำถามในตอนต้นได้ไหมคะ

“ถ้านักเรียนนำเงินจำนวน 10,000 บาท ไปฝากกับธนาคาร และธนาคารให้ดอกเบี้ย 3% ต่อปี แบบทบต้นทุก 3 เดือน เมื่อสิ้นปีที่ 5 นักเรียนจะได้รับเงินต้นพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมดเท่าใด ?”

วิธีทำ พิจารณาโดยใช้เส้นเวลา ดังนี้



$i = 0.0075$

จากโจทย์ จะได้ $PV = 10{,}000,\ i = \dfrac{0.03}{4} = 0.0075$ และ $n = 5 \times 4 = 20$

และจากสูตร $FV = PV(1+i)^n$

จะได้ $FV = 10{,}000(1+0.0075)^{20}$

$FV \approx 11{,}611.84$

ดังนั้น เมื่อสิ้นปีที่ 5 นักเรียนจะได้รับเงินต้นพร้อมดอกเบี้ยประมาณ 11,611.84 บาท

นักเรียนได้รับความรู้เกี่ยวกับ “ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน” อย่างครบถ้วนแล้ว หวังว่านักเรียนจะนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริงได้นะคะ